



Reconstrucción De La Gravitación $F(G)$ Con Un Nuevo Modelo Holográfico De Energía Oscura

Reconstruction Of $F(G)$ Gravity With New Holographic Dark Energy Model

A. Oliveros *^a

^a Universidad del Valle-Sede Tuluá. A.A 282013 Tuluá, Colombia.

Recibido 13.02.11; Aceptado 17.05.11; Publicado en línea 04.10.11.

Resumen

En este artículo realizamos la reconstrucción cosmológica de la gravitación modificada $F(G)$ con un nuevo modelo holográfico de energía oscura (NHDE), considerando un universo espacialmente plano y sin campos de materia, utilizando la variable “ N ” como variable principal. Luego de calcular la función $F(G)$ en el contexto del modelo NHDE, obtenemos las condiciones para el parámetro efectivo de la ecuación de estado w_{eff} , las cuales son consistentes con el régimen de expansión acelerada observada en el universo actual.

Palabras Clave: Teorías modificadas de la gravitación; Cosmología; Energía oscura.

Abstract

In this paper the cosmological reconstruction of modified $F(G)$ gravity with a new holographic dark energy model (NHDE) in a spatially flat universe without matter field is investigated by using the variable “ N ” as a the main variable. After calculating a consistent $F(G)$ in NHDE’s framework, we obtain conditions for the equation of state effective parameter w_{eff} , which are consistent with the current regime of accelerated expansion of the universe.

Keywords: Modified theories of gravity; Cosmology; Dark energy.

PACS: 04.50.Kd; 98.80.-k; 95.36.+k.

©2011. Revista Colombiana de Física. Todos los derechos reservados.

1. Introducción

El régimen de expansión acelerada del universo observada actualmente se explica usualmente considerando una fuente exótica de materia con presión negativa llamada energía oscura (ver [1] para una revisión), pero este régimen de expansión acelerada puede en principio ser explicado a partir de una modificación de la gravitación de Einstein. En este sentido, en los últimos años se han realizado una gran cantidad de trabajos sobre teorías modificadas de la gravitación con el objeto de identificar el origen de la energía oscura. (Para una revisión ver por ejemplo: [1], [2], [3]).

Probablemente, la extensión más simple de la gravitación de Einstein es la gravitación modificada $F(R)$, en la cual F es una función arbitraria del escalar de Ricci R ([4], [5], [6], [7], [8]). La construcción de modelos viables de $F(R)$ que sean consistentes con las restricciones cosmológicas y las restricciones gravitacionales del sistema solar han sido estudiadas en [9]. Recientemente, también se han considerado modelos de gravitación modificada $F(G)$ donde $G = R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}$ es el invariante de curvatura de Gauss-Bonnet. Dentro del modelo de la gravitación $F(G)$ es posible explicar el régimen actual de expansión acelerada del universo e incluso también es posible estudiar el periodo de inflación al comienzo del universo, sin

*alexander.oliveros@correounivalle.edu.co

necesidad de introducir una nueva forma de energía ([10]-[24]).

Otra aproximación al problema de la energía oscura es un modelo que tiene sus raíces en la gravitación cuántica y es conocido como el principio holográfico ([25], [27], [28], [29], [30]). Este principio se considera como un ingrediente esencial en una futura teoría cuántica de la gravitación. El principio holográfico fue inicialmente introducido por t'Hooft [27] en el contexto de la física de los agujeros negros y tiempo después fue generalizado por Susskind [30] en el marco de la teoría de cuerdas. La idea principal del principio holográfico consiste en que la entropía de un sistema dado no depende del volumen sino del área de la superficie que rodea al sistema. En un contexto cosmológico, el principio holográfico establece un límite superior en la entropía del universo [31]. En [29], se conjetura que en una teoría cuántica de campos existe una relación entre un corte ultravioleta y un corte infrarrojo L , el cual tiene su origen en la restricción del tamaño de una región dada del espacio que impida la formación de un agujero negro. El tamaño de la región no debe ser mayor que L , es decir, si existe una densidad de energía ρ_Λ (densidad de energía cuántica del punto cero) en una región asociada al corte UV entonces la energía total de una región de tamaño L no puede exceder la masa de un agujero negro del mismo tamaño, por lo tanto

$$L^3 \rho_\Lambda \leq LM_p^2. \quad (1)$$

Extrapolando esta conjetura al nivel cosmológico, la densidad de energía holográfica ρ_Λ corresponderá a la densidad de energía oscura (energía oscura holográfica) ([29], [32], [33]). El valor máximo que puede tomar L se obtiene considerando la igualdad en la ecuación (1), tal que la densidad de energía holográfica viene dada por

$$\rho_\Lambda = 3c^2 M_p^2 L^{-2}, \quad (2)$$

donde c^2 es una constante numérica y $M_p^{-2} = 8\pi G$ es la masa reducida de Planck. En [33], inicialmente se consideró que la densidad holográfica ρ_Λ es proporcional al cuadrado del parámetro de Hubble ($\rho_\Lambda \propto H^2$), es decir, el corte infrarrojo es $L = H^{-1}$. Recientemente en [34], se propuso un modelo de energía oscura holográfica proporcional al escalar de Ricci. En [35] hemos introducido una nueva propuesta de corte infrarrojo para la densidad de energía oscura holográfica (NHDE), la cual incluye un término con la derivada temporal de H , es decir

$$\rho_\Lambda = 3M_p^2(\alpha H^2 + \beta \dot{H}). \quad (3)$$

Existe otro modelo que también tiene sus raíces en la gravitación cuántica y se conoce como el modelo edadgráfico de energía oscura (ADE), el cual fue introducido inicialmente en [36] y generalizado en [37]. En el contexto del

modelo edadgráfico, se considera la edad del universo como la medida de longitud. La densidad de energía oscura viene dada por

$$\rho_\Lambda = \frac{3n^2 M_p^2}{T^2}, \quad (4)$$

donde $3n^2$ es un factor numérico y T es la edad del universo, la cual viene dada por

$$T = \int_0^t dt = \int_0^a \frac{da}{Ha}. \quad (5)$$

Este modelo surge al considerar la relación de incertidumbre de la mecánica cuántica teniendo en cuenta los efectos gravitacionales, a partir de lo cual se obtienen fluctuaciones cuánticas del espacio-tiempo las cuales se pueden interpretar como energía oscura [38]. Algunas diferencias y semejanzas entre el modelo edadgráfico y el modelo holográfico de energía oscura (HDE) (usando como corte infrarrojo el horizonte de eventos futuro) están dadas en [39]. Con respecto al nuevo modelo holográfico de energía oscura (NHDE), una semejanza entre este y el modelo edadgráfico, por ejemplo es que en ambos casos no se tiene el problema de causalidad que surge en el modelo HDE. Con respecto a las diferencias, el parámetro de la ecuación de estado en NHDE (sin materia) y ADE tienen la misma forma, pero con diferencias en los parámetros del modelo y en el signo en el segundo término de w_Λ [40]. La principal diferencia radica en que se usan diferentes medidas de longitud en estos modelos, como se puede ver en las ecuaciones (3) y (4).

En [41] se hizo la reconstrucción de la gravitación $F(R)$ en el marco del modelo NHDE utilizando la métrica de FRW sin curvatura espacial y en el marco de Einstein, obteniéndose una expresión para $F(R)$ la cual es compatible con las observaciones astrofísicas actuales. Las reconstrucciones de las gravitaciones modificadas $F(R)$ y $F(G)$ en el contexto del modelo edadgráfico han sido realizadas en [40].

El presente artículo está organizado del siguiente modo: En la sección 2 hacemos una breve revisión del nuevo modelo holográfico de energía oscura (NHDE) el cual será usado en el proceso de reconstrucción. En la sección 3 introducimos las ecuaciones necesarias en este artículo del modelo de gravitación modificada $F(G)$. En la sección 4 se realiza el proceso de reconstrucción para la expresión de $F(G)$ en el marco del modelo NHDE utilizando el formalismo desarrollado en [40]. Finalmente en la sección 5 mostramos algunas conclusiones de este trabajo.

2. Nuevo modelo holográfico de energía oscura

Comenzaremos con la siguiente densidad de energía oscura holográfica [35]:

$$\rho_\Lambda = 3(\alpha H^2 + \beta \dot{H}), \quad (6)$$

donde α y β son constantes que se deben determinar y cuyas restricciones han sido obtenidas en [42], y $H = \dot{a}/a$ es el parámetro de Hubble. La ecuación de Friedmann toma la siguiente forma

$$H^2 = \frac{1}{3}\rho_\Lambda = \alpha H^2 + \beta \dot{H}, \quad (7)$$

donde hemos despreciado las contribuciones de materia y radiación, y hemos considerado $8\pi G = 1$ y $k = 0$.

Resolviendo la ecuación (7) se obtiene la siguiente solución [42]

$$H = H_0 e^{-N(\alpha-1)/\beta}, \quad (8)$$

en la que $N = \ln a = -\ln(1+z)$ es la nueva variable que usaremos de aquí en adelante (se ha tomado $a_0 = 1$), y z es el corrimiento al rojo.

El parámetro de la ecuación de estado correspondiente a este modelo es

$$w_\Lambda = -1 + \frac{2\alpha - 1}{3\beta}. \quad (9)$$

Las expresiones (8) y (9) las usaremos más adelante en el proceso de reconstrucción de la gravitación $F(G)$.

3. Gravitación modificada $F(G)$

Consideremos la siguiente acción ([10]-[13])

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2}R + F(G) + L_m \right] \quad (10)$$

, donde hemos tomado $\kappa^2 = 8\pi G_N = 1$ (G_N es la constante de Newton). La métrica de Friedmann, Robertson-Walker (FRW) que usaremos en lo que sigue es

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right]. \quad (11)$$

Realizando la variación de la acción S con respecto a $g_{\mu\nu}$, se obtienen las siguientes ecuaciones de campo (en un universo plano tipo FRW) [43]

$$-3H^2 + GF_G - F - 24\dot{G}H^3 F_{GG} + \rho_m = 0, \quad (12)$$

donde el subíndice G denota la derivada con respecto a G y ρ_m es la contribución de materia al contenido del universo, la cual despreciaremos más adelante. Con la métrica de FRW G y R vienen dados por

$$G = 24(\dot{H}H^2 + H^4), \quad R = 6(\dot{H} + 2H^2). \quad (13)$$

Usando la nueva variable N introducida anteriormente se tienen las siguientes expresiones

$$a = e^N, \quad H = \dot{N} = \frac{dN}{dt}, \quad \frac{d}{dt} = H \frac{d}{dN}, \quad (14)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} = H^2 \frac{d^2}{dN^2} + HH' \frac{d}{dN}, \quad H' = \frac{dH}{dN},$$

así que la ecuación (12) toma la forma

$$-3H^2 + 24H^3(H' + H)F_G - F - 576H^6(HH'' + 3H'^2 + 4HH')F_{GG} + \rho_m = 0; \quad (15)$$

además G , \dot{G} y R quedan como

$$G = 24(H^3H' + H^4),$$

$$\dot{G} = 24(H^4H'' + 3H^3H'^2 + 4H^4H'), \quad (16)$$

$$R = 6(HH' + 2H^2).$$

Ahora introduciendo la nueva función $g(N) = H^2$, tenemos que

$$H = \sqrt{g}, \quad H' = \frac{1}{2}g^{-1/2}g', \quad (17)$$

$$H'' = -\frac{1}{4}g^{-3/2}g'^2 + \frac{1}{2}g^{-1/2}g''.$$

Por lo tanto la ecuación (15) toma la forma

$$-3g + 12g(g' + 2g)F_G - F - 24^2g \left[\frac{1}{2}g^2g'' + \frac{1}{2}gg'^2 + 2g^2g' \right] F_{GG} + \rho_m = 0, \quad (18)$$

donde se usaron las expresiones

$$G = 12gg' + 24g^2,$$

$$\dot{G} = 12g^{-1/2}(g^2g'' + gg'^2 + 4g^2g'), \quad (19)$$

$$R = 3g' + 12g.$$

Finalmente las ecuaciones de Friedmann adquieren la siguiente forma [13]

$$3H^2 = \rho_{eff}, \quad (20)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 = -p_{eff},$$

donde $\rho_{eff} = \rho_G + \rho_m$, $p_{eff} = p_G + p_m$ y la ecuación de estado es $p_{eff} = w_{eff}\rho_{eff}$, con

$$\rho_G = GF_G - F - 24H^3\dot{G}F_{GG},$$

$$p_G = -\rho_G + 8H^2\dot{G}^2F_{GGG}$$

$$- 192F_{GG}(4H^6\dot{H} - 8H^3\dot{H}\ddot{H} - 6H^2\dot{H}^3$$

$$- H^4\ddot{H} - 3H^5\ddot{H} - 18H^4\dot{H}^2).$$

4. Reconstrucción de $F(G)$ con NHDE

Ahora vamos a utilizar el modelo holográfico de energía oscura (NHDE) presentado en la sección 2 de este artículo para reconstruir la función $F(G)$, considerando un universo espacialmente plano y sin materia.

Sea $m = -(\alpha - 1)/\beta$, entonces la ecuación (8) y $g(N)$ toman la forma

$$H = H_0 e^{mN}, \quad g(N) = H^2 = H_0^2 e^{2mN}. \quad (22)$$

Reemplazando en (19) el invariante de Gauss-Bonnet G y el escalar de Ricci R quedan

$$\begin{aligned} G &= 24H_0^4 e^{4mn}(1+m), \\ R &= 6H_0^2 e^{2mN}(2+m). \end{aligned} \quad (23)$$

Despejando N en función de G en la ecuación anterior, se tiene

$$N = -\frac{1}{4m} \ln \left[\frac{24H_0^4(1+m)}{G} \right]. \quad (24)$$

De este modo podemos reescribir $g(N)$ y H como funciones de G

$$\begin{aligned} g(G) &= H^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{G}{6(1+m)}}, \\ H &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{G}{6(1+m)} \right]^{1/4}. \end{aligned} \quad (25)$$

Reemplazando la función $g(N)$ anterior en la ecuación diferencial (18) (sin materia) y utilizando luego la expresión para N dada en (24), se tiene la ecuación diferencial para $F(G)$

$$\begin{aligned} -4(1+m)F(G) - \sqrt{6(1+m)}G^{1/2} \\ + 4(1+m)G \frac{dF(G)}{dG} - 16mG^2 \frac{d^2F(G)}{dG^2} = 0; \end{aligned} \quad (26)$$

resolviendo la ecuación anterior, se obtiene la siguiente solución para $F(G)$

$$F(G) = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}(1+m)}}{m-1} G^{1/2} + C_1 G^{(1+m)/(4m)} + C_2 G, \quad (27)$$

donde C_1 y C_2 son constantes de integración. Realizando la correspondencia $w_{eff} = w_\Lambda$, se obtiene

$$m = -\frac{3}{2}(1+w_{eff}), \quad (28)$$

donde hemos usado la ecuación (9) en la forma $w_\Lambda = -1 - \frac{2}{3}m$. Finalmente la función $F(G)$ queda

$$\begin{aligned} F(G) &= -\frac{\sqrt{-\frac{1}{3} - w_{eff}}}{5 + 3w_{eff}} G^{1/2} \\ &+ C_1 G^{(1+3w_{eff})/(12(1+w_{eff}))} + C_2 G. \end{aligned} \quad (29)$$

Del radicando obtenemos la condición $w_{eff} \leq -1/3$ la cual corresponde a la necesaria para poder obtener un régimen de expansión acelerada del universo actual [1]. En un universo 4-dimensional tipo FRW, el último término en la ecuación (29) que es proporcional a G se puede omitir (es una derivada total) ya que es bien conocido que no contribuye a las ecuaciones de movimiento (ecuaciones de Friedmann) [21]. Una expresión similar para $F(G)$ ha sido obtenida en [40] en el contexto del modelo edadgráfico de energía oscura.

5. Discusión

En este trabajo hemos demostrado que es posible reconstruir la gravitación modificada $F(G)$ en el contexto del nuevo modelo holográfico de energía oscura ([35],[42]) considerando un universo espacialmente plano y sin materia. Además, el parámetro efectivo de la ecuación de estado w_{eff} cumple con las restricciones cosmológicas necesarias para obtener un régimen de expansión acelerada del universo actual ($w_{eff} \leq -1/3$), dando incluso la posibilidad de obtener una fase tipo fantasma en la evolución del universo (cuando w_{eff} cruza la barrera de -1).

Referencias

- [1] E. J. Copeland, M. Sami and S. Tsujikawa, *Int. J. Mod. Phys. D* **15** (2006) 1753 .
- [2] S. Nojiri and S. D. Odintsov, *Int. J. Geom. Methods Mod. Phys.* **4** (2007) 115.
- [3] T. P. Sotiriou and V. Faraoni, *Rev. Mod. Phys.* **82** (2010) 451.
- [4] S. Capozziello, *Int. J. Mod. Phys. D* **11** (2002) 483.
- [5] S. Capozziello, V. F. Cardone, S. Carloni and A. Troisi, *Int. J. Mod. Phys. D* **12** (2003) 1969.
- [6] S. M. Carroll, V. Duvvuri, M. Trodden and M. S. Turner, *Phys. Rev. D* **70** (2004) 043528.
- [7] S. Nojiri and S. D. Odintsov, *Phys. Rev. D* **68** (2003) 123512.
- [8] S. Capozziello and A. De Felice, *JCAP* **0808** (2008) 016.
- [9] L. Amendola, R. Gannouji, D. Polarski and S. Tsujikawa, *Phys. Rev. D* **75** (2007) 083504.
- [10] S. Nojiri and S. D. Odintsov, *Phys. Lett. B* **631** (2005) 1.

- [11] S. Nojiri, S. D. Odintsov and M. Sasaki, *Phys. Rev. D* **71** (2005) 123509.
- [12] S. Nojiri, Sergei D. Odintsov and O. G. Gorbunova, *J. Phys. A* **39** (2006) 6627.
- [13] G. Cognola, E. Elizalde, S. Nojiri, S. D. Odintsov and Sergio Zerbini, *Phys. Rev. D* **73** (2006) 084007.
- [14] S. Nojiri, S. D. Odintsov and M. Sami, *Phys. Rev. D* **74** (2006) 046004.
- [15] Shuang-Yong Zhou, Edmund J. Copeland and Paul M. Saffin, *JCAP* **0907** (2009) 009.
- [16] Naureen Goheer, Rituparno Goswami, Peter K. S. Dunsby and Kishore Ananda, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 121301.
- [17] Kotub Uddin, James E. Lidsey and Reza Tavakol, *Gen. Rel. Grav* **41** (2009) 2725.
- [18] Christian G. Boehmer and Francisco S. N. Lobo, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 067504.
- [19] M. Alimohammadi and A. Ghalee, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 063006.
- [20] Antonio De Felice and Shinji Tsujikawa, *Phys. Rev. D* **80** (2009) 063516.
- [21] Antonio De Felice and Shinji Tsujikawa, *Phys. Lett. B* **675** (2009) 1.
- [22] Guido Cognola, Emilio Elizalde, Shin'ichi Nojiri, Sergei D. Odintsov and Sergio Zerbini, *Phys. Rev. D* **75** (2007) 086002.
- [23] Baojiu Li, John D. Barrow and David F. Mota, *Phys. Rev. D* **76** (2007) 044027.
- [24] Shin'ichi Nojiri, Sergei D. Odintsov and Petr V. Tretyakov, *Phys. Lett. B* **651** (2007) 224.
- [25] J. D. Bekenstein, *Phys. Rev. D* **7**, (1973) 2333; **9**, (1974) 3292; **23**, (1981) 287; **49**, (1994) 1912.
- [26] S. W. Hawking, *Commun. Math. Phys.*, **43**, (1975) 199; *Phys. Rev. D* **13**, (1976) 191.
- [27] G. 't Hooft, [gr-qc/9310026].
- [28] R. Bousso, *JHEP* **9907**, (1999) 004.
- [29] A. Cohen, D. Kaplan and A. Nelson, *Phys. Rev. Lett.* **82**, (1999) 4971.
- [30] L. Susskind, *J. Math. Phys.* (N. Y) **36**, (1994) 6377.
- [31] W. Fischler and L. Susskind, [hep-th/9806039].
- [32] S. D. H. Hsu, *Phys. Lett. B* **594**, (2004) 13.
- [33] M. Li, *Phys. Lett. B* **603**, (2004) 1.
- [34] Changjun Gao, Fengquan Wu, Xuelei Chen, and You-Gen Shen, *Phys. Rev. D* **79**, (2009) 043511.
- [35] L. N. Granda and A. Oliveros, *Phys. Lett. B* **669**, (2008) 275.
- [36] R. G. Cai, *Phys. Lett. B* **657**, (2007) 228.
- [37] H. Wei and R. G. Cai, *Phys. Lett. B* **660**, (2008) 113.
- [38] F. Karolyhazy, *Nuovo. Cim. A* **42**, (1966) 390.
- [39] H. Wei and R. G. Cai, *Eur. Phys. J. C* **59**, (2009) 99.
- [40] A. Khodam-Mohammadi, P. majari and M. Malekjani, *Astrophys. Space Sci.* **331**, (2011) 673.
- [41] L. N. Granda, arXiv:0812.1596v1 [hep-th]
- [42] L.N. Granda and A. Oliveros, *Phys. Lett. B* **71**, (2009) 199.
- [43] Emilio Elizalde, Ratbay Myrzakulov, Valery V. Obukhov and Diego Sáez-Gómez, *Class. Quant. Grav* **27**, (2010) 095007.